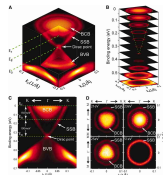
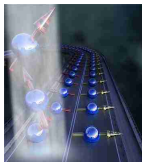
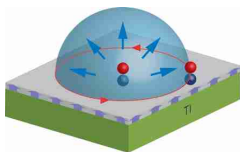
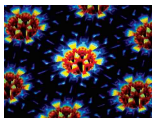


Isolantes Topológicos e estados topológicos da matéria

Jakson M. Fonseca
jakson.fonseca@ufv.br

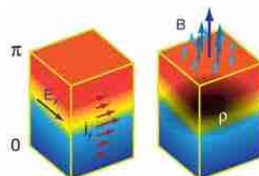
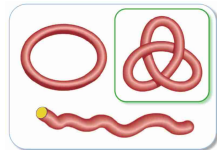
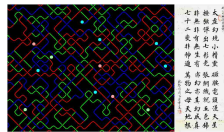
Universidade Federal de Viçosa
Campus Rio Paranaíba - ICETE

Setembro de 2012



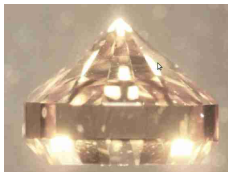
Sumário

- Ordem e Física da Matéria Condensada
- Efeito Hall Quantizado
- Efeito Hall Quantizado de spin
- Isolantes Topológicos tridimensionais
- Resposta eletromagnética
- Efeitos de proximidade
- Aplicabilidade dos IT



Tipos de ordem

Aglomerados de átomos formam diferentes estados da matéria: cristais, magnetos, supercondutores, isolantes, superfluidos, etc., classificados pelo tipo de ordem que emerge da interação entre os constituintes.



Até 1980 todos os estados podiam ser compreendidos por meio da:

- **Teoria de Landau das Transições de Fases (quebra de simetria).**

Cristais: quebra a simetria translacional.

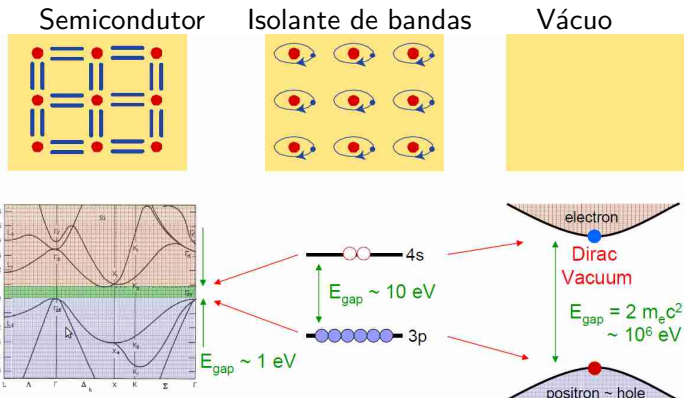
Magnetos: quebra a simetria rotacional.

Supercondutores: quebra a simetria de calibre.

Física da Matéria Condensada

O estado Isolante

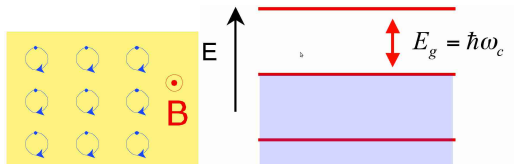
- Caracterizado por um gap de energia.
- Resiste ao fluxo de corrente elétrica.
- Ausência de excitações eletrônicas de baixas energias.



Todo estado com um gap é isolante?

Além da teoria de Landau

Em 1980 um novo estado da matéria foi descoberto: o efeito Hall inteiro.

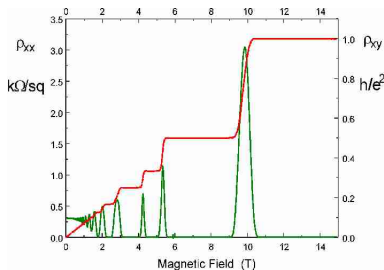


$$\sigma_{xy} = n \frac{e^2}{h},$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Precisão de 1 parte em 10^9 .

Qual tipo de ordem causa esta quantização precisa?



$$J_x = \sigma_{xy} E_y$$

$$E_x = \rho_{xy} J_y$$

Ordem Topológica

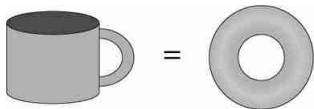
Qual o tipo de ordem que causa a quantização precisa no EHQI?

- Em uma fase que possui ordem topológica algumas funções de resposta são dadas por invariantes topológicos.
- Uma fase topológica é sempre isolante, exibindo estados metálicos quando próxima ao vácuo ou fases ordinárias.

Invariante topológico = quantidade que não muda sob deformações contínuas.

⇒ Considere superfícies fechadas.

Teorema de Gauss-Bonnet.



Gauss e Bonnet

$$\int_S \kappa dS = 2\pi(2 - g)$$

genus (g) é um invariante topológico.

Ordem Topológica

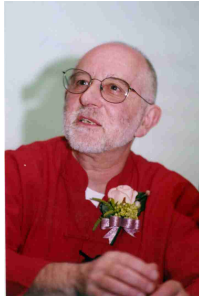
Fase de Berry:

$$\psi(r) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} u(\vec{r}),$$

$$\phi = \oint \vec{A} \cdot d\vec{k}, \quad \vec{A} = \langle \psi_k | -i\vec{\nabla}_k | \psi_k \rangle,$$

Curvatura de Berry:

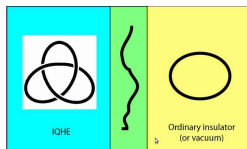
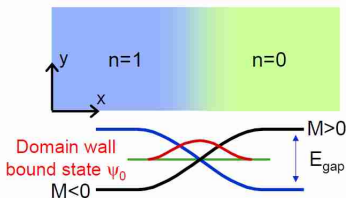
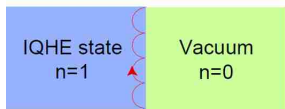
$$\vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{A}.$$



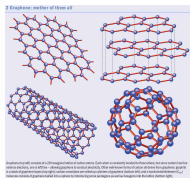
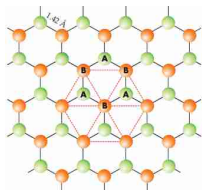
Michael Berry

Invariante topológico TKNN:

$$n = \sum_{\text{bandas ocupadas}} \int d^2k \mathcal{F} = \sum_{\text{bandas ocupadas}} \int d^2k \left(\left\langle \frac{\partial u}{\partial k_1} \middle| \frac{\partial u}{\partial k_2} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial u}{\partial k_2} \middle| \frac{\partial u}{\partial k_1} \right\rangle \right), \quad \sigma_{xy} = n \frac{e^2}{h}$$

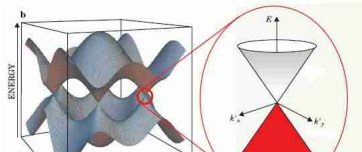


Grafeno

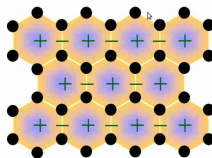


- Primeiro material bidimensional.
- Emergência de férmions de Dirac sem massa.
- Dinâmica relativística

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = v_F \vec{\sigma} \cdot \vec{p} |\psi\rangle,$$



Em 1986 Haldane perguntou: é possível existir um EQ sem quebra da reversão temporal?

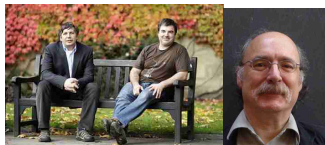


$B(r) = 0$
Zero gap,
Dirac point

$B(r) \neq 0$
Energy gap
 $\sigma_{xy} = e^2/h$



Duas cópias do efeito Hall com
 $\sigma_{xy} = \sigma_{xy}^{\uparrow} + \sigma_{xy}^{\downarrow} = 0.$



Efeito Hall Quantizado de Spin

Em 2005 um novo estado da matéria que exhibe ordem topológica foi proposto no grafeno.

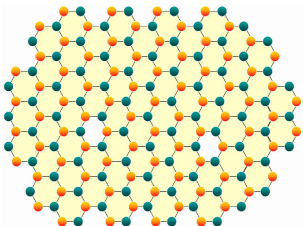
⇒ **Interação spin-órbita faz o papel do B.**



C. Kane and E. Mele

$$H_{SO} = \lambda \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

⇒ **Simetria de Reversão Temporal preservada, invariante TKNN anula-se.**



Qual o invariante topológico e como obtê-lo?

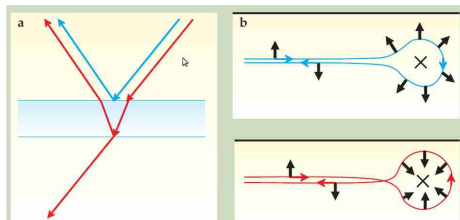
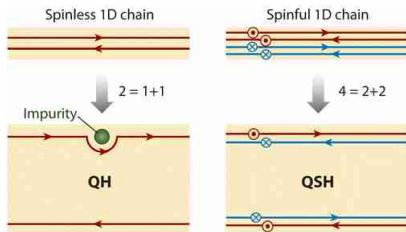
z_2 ($\nu=0$ ou 1) calculado a partir do bulk como TKNN.

- $\nu=0$ ⇒ isolante ordinário, vácuo.
- $\nu=1$ ⇒ isolante topológico.

Efeito Hall Quantizado de Spin

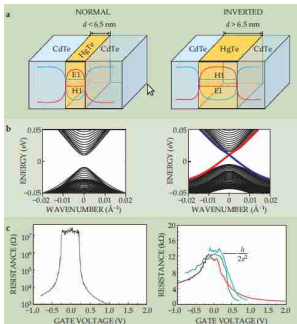
Estados spin polarizados na borda protegidos pela simetria de reversão temporal

- Correspondência bulk-contorno ($\Delta\nu \neq 0$)
- $H_{borda} = \hbar v_F k_y \sigma^z$
- $v_F \simeq 5.5 \times 10^5 \text{ m/s}$.
- Elétron fase Berry $\pi \Rightarrow$ interferência destrutiva.

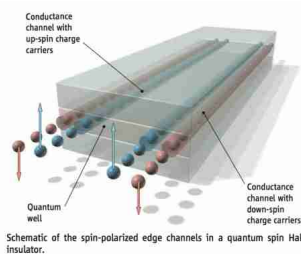
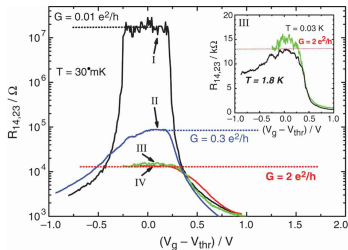


Efeito Hall Quantizado de Spin

Detecção experimental 2006: Poços quânticos CdTe/HgTe.

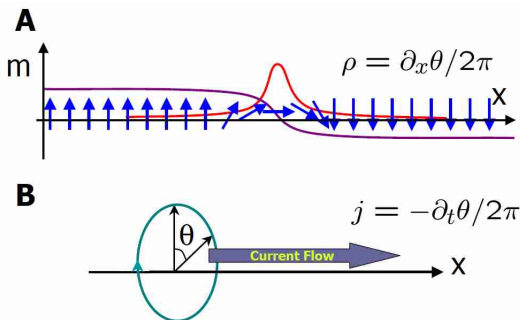


Laurens Molenkamp



Carga fracional na borda

- Perturbações que quebram T abrem um gap de massa.
- Parede de domínio \Rightarrow massa dependente da posição.
- $m_1 = m \cos \theta$,
 $m_2 = m \sin \theta$



$$Q = [\theta(x_1, t) - \theta(x_2, t)] / 2\pi = \pm e/2$$

Manifestação da topologia não-trivial da função de ondas dos portadores na presença de um campo de fundo.

Isolantes Topológicos 3D

⇒ **Interação spin-órbita existe em qualquer cristal.**

Em 3D há quatro invariantes topológicos $(\nu_0, \nu_1, \nu_2, \nu_3) \in \mathbb{Z}_2$.

- $\nu_0 = 0$ (par) isolante ordinário.
- $\nu_0 = 1$ (ímpar) isolante topológico.

Preditos em 2007 e observados em 2008 ligas de $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ foram o primeiro exemplo de estados topológicos em 3D.

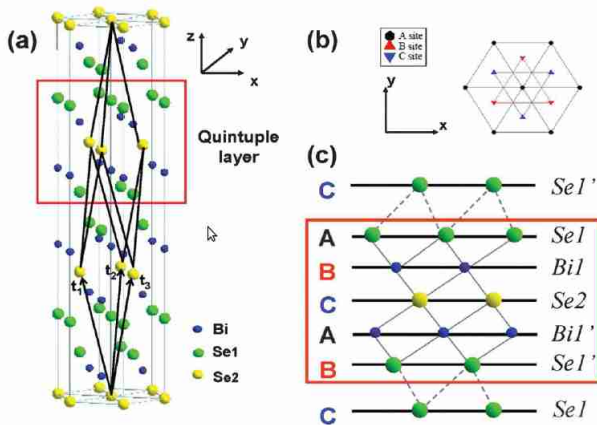


- $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$
- Bi_2Se_3
- Bi_2Te_3
- Sb_2Te_3
- ...

Isolantes Topológicos 3D

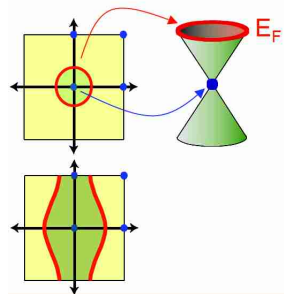
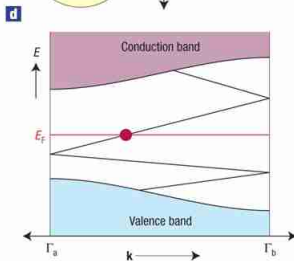
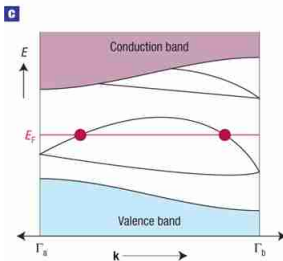
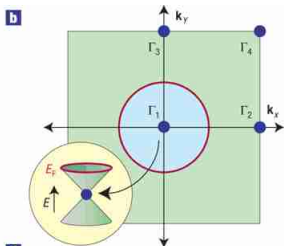
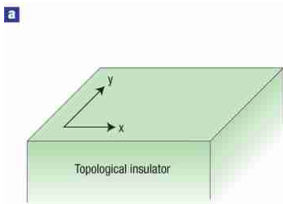
Compostos estequiométricos que manifestam as propriedades topológicas a temperatura ambiente.

- Estrutura romboédrica.
- Gap $\sim 0.3\text{eV}$.
- $v_F \simeq 6.2 \times 10^5 \text{m/s}$.
- Produção em grande escala.



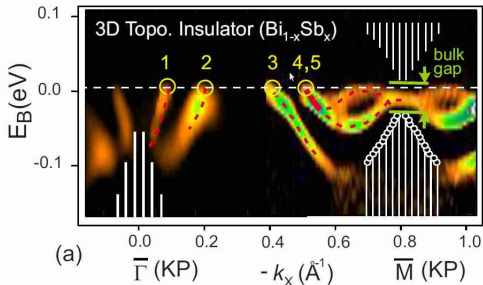
Isolantes Topológicos 3D

Estados superficiais com propriedades exóticas



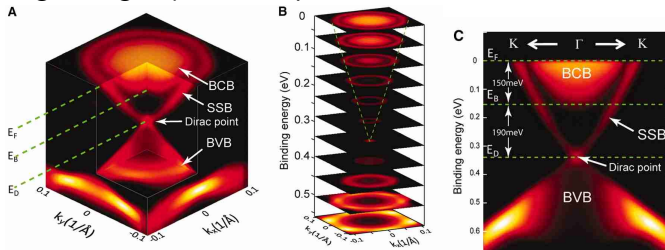
Isolantes Topológicos 3D

Primeira geração com 5 cones de Dirac.



Z. Hassan

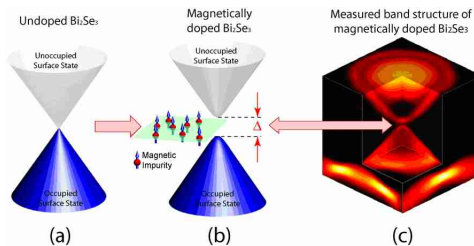
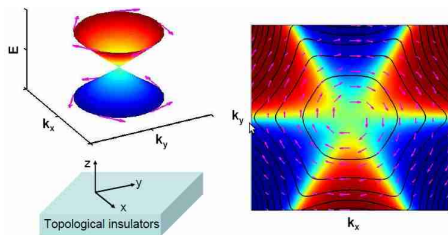
Segunda geração com apenas 1 cone de Dirac.



S.C. Zhang

Estados superficiais com propriedades exóticas

- $E = \pm v_F k$
- $H = \hat{z} \times (-i\hbar \vec{\nabla}) \cdot \vec{\sigma}$
- Não exibem localização de Anderson.
- Impurezas não abrem um gap de energia.
- Impurezas magnéticas abrem um gap (TRS violada).
- $H_{int} = \psi^\dagger \vec{M} \cdot \vec{\sigma} \psi$



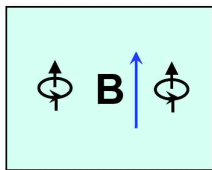
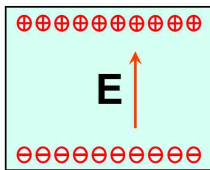
Resposta eletromagnética

Estados Topológicos \Rightarrow Teoria de campos topológica \Rightarrow resposta EM é função de invariantes topológicos.

Isolante ordinário $\nu_0 = 0$.

$$S_{\text{efet}} = \frac{1}{2} \int d^3x dt (\epsilon \vec{E}^2 - \frac{1}{\mu} \vec{B}^2)$$

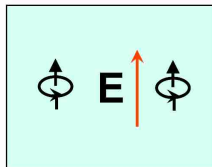
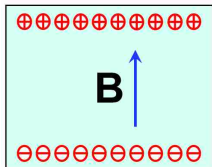
- $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$
- $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$



Isolante Topológico $\nu_0 = 1$.

$$S_{\theta} = \frac{\theta}{2\pi} \frac{\alpha}{2\pi} \int d^3x dt \vec{E} \cdot \vec{B}$$

- $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} + \alpha \frac{\theta}{2\pi} \vec{B}$
- $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} - \alpha \frac{\theta}{2\pi} \vec{E}$



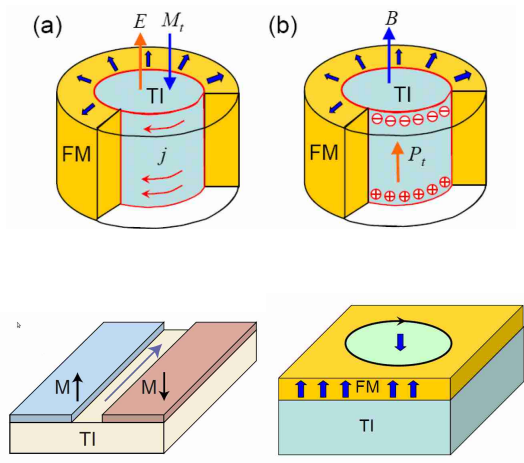
Efeito Magnetoelétrico Topológico

Efeito Hall na superfície:

- $\vec{J} = \frac{M}{|M|} \frac{e^2}{2h} \hat{n} \times \vec{E}$
- $\sigma_{xy} = \frac{M}{|M|} \frac{e^2}{2h}$
- $\vec{M}_t = -\frac{M}{|M|} \frac{e^2}{2hc} \vec{E}$.

\vec{M}_t é a resposta topológica do sistema ao \vec{E} .

Devido ao efeito Hall na superfície paredes de domínio magnético produzem estados metálicos quirais.



Monopolos magnéticos (Dyons)

EMT \Rightarrow monopolo magnético como carga imagem.

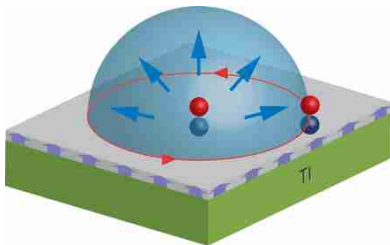
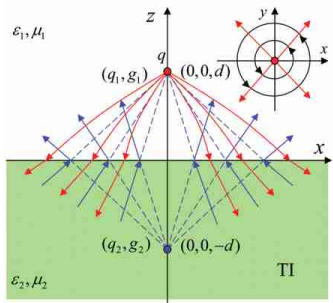
$$\mu_1 = \mu_2 = 1 \quad \epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$$

- $q_1 = q_2 = -\frac{\alpha^2}{4+\alpha^2} q$
- $g_1 = -g_2 = -\frac{\alpha}{4+\alpha^2} q$

Cada carga forma um dyon com seu monopolo imagem.

Carga monopolo \Rightarrow anyon.

- $\psi \longrightarrow \psi e^{i\theta}$
- $\theta = \frac{qg}{2\hbar c}$

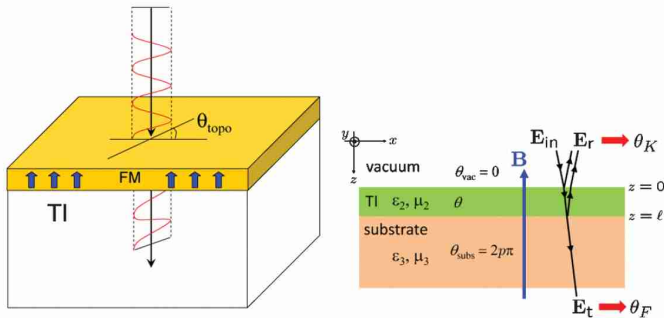


Rotação de Faraday/Kerr

Efeito Faraday: rotação do plano de polarização da luz transmitida.

Efeito Kerr: rotação do plano de polarização da luz refletida.

IT os dois efeitos ocorrem na superfície devido ao EMT.



$$\frac{\cot \theta_F + \cot \theta_K}{1 + \cot^2 \theta_F} = \frac{\alpha \theta}{\pi}.$$

Férmions de Majorana

Férmions de Majorana são partículas que são suas próprias anti-partículas

$$\psi^\dagger = \psi$$

Físicos de partículas buscam por eles no LHC em altíssimas energias.



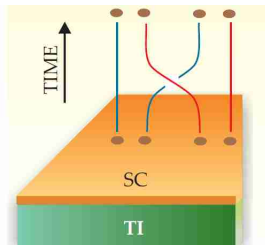
⇒ neutrinos? talvez!

Mas em baixas energias eles existem!



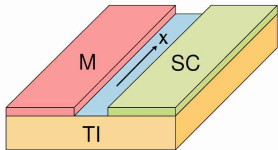
Ettore Majorana (1906-1938)

Supercondutor próximo a IT

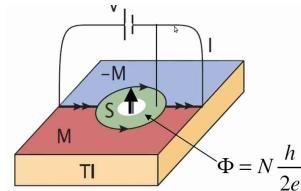


Férmions de Majorana

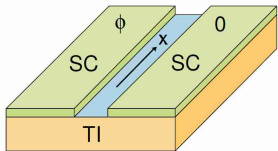
Modos quirais de Majorana 1D.



Detecção por meio de interferência.

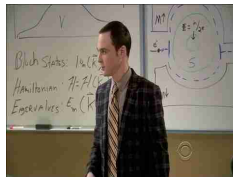


Não-quiral modos de Majorana 1D.



N par \Rightarrow construtiva

N ímpar \Rightarrow destrutiva



Computação quântica com anyons não abelianos!

Vórtices × Isolantes Topológicos

Vórtices surgem em sistemas magnéticos clássicos:

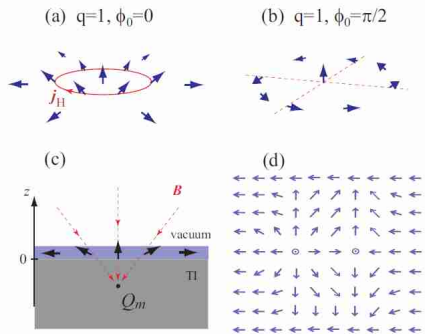
$$H = -J \sum_{i,j} (S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y + \lambda S_i^z S_j^z)$$

Podem ser parametrizados como:

$$\vec{S} = (\sqrt{1 - m^2} \cos \phi, \sqrt{1 - m^2} \sin \phi, m)$$

Na superfície de IT devido ao EMT eles podem ser carregados

- $\phi_0 = 0$ vórtice radial (carregado).
- $\phi_0 = \pi/2$ vórtice giratório (neutro).



Par vórtice-antivórtice é eletricamente neutro.

Vórtices × Isolantes Topológicos

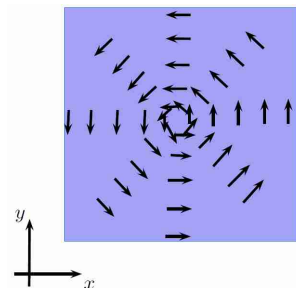
Qual o efeito de vórtices magnéticos na dinâmica dos portadores superficiais?

⇒ Interação de troca tende a alinhar os momentos magnéticos dos portadores com a impureza.

$\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ vórtice circular:

- estados ligados ($E < 0$),
- espalhados ($E > 0$) e
- modos com energia nula ($E = 0$).

$$\phi = \arctan \left[\frac{y - y_0}{x - x_0} \right] \pm \phi_0$$



$$\phi_0 = \frac{\pi}{2}$$

Modos com energia nula

$$\psi(\vec{r}) = a_m \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{e^{-\frac{|M|}{\hbar v_F} r}}{r^{m+1}} e^{i(m+1)\phi}, \quad \psi(\vec{r}) = b_m \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} r^m e^{-\frac{|M|}{\hbar v_F} r} e^{im\phi},$$

$$s_z = -\frac{\hbar}{2}$$

$$s_z = \frac{\hbar}{2}$$

Em qualquer caso a carga destes modos spin-polarizados é inteira

$$Q/e = \int d^2r j^0 = \int d^2r \psi^\dagger \psi = 1.$$

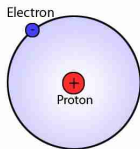
Alta probabilidade de serem encontrados em uma região com:

$$r < \frac{\hbar v_F}{|M|} \sim 74 \text{Å}.$$

Vórtices × Isolantes Topológicos

Estados ligados

Átomo de hidrogênio bidimensional.



$$E^2(n, m) = M^2 \left[1 - \frac{(m + 1/2)^2}{(n + |m| + 1/2)^2} \right]$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$$|m| = 0, 1, 2, \dots, n - 1.$$

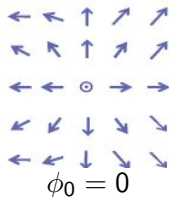
$$r_n = \frac{(2n+1)}{2m+1} 74 \text{Å}$$

Estado fundamental $n = \infty$

$$E_\infty = -0,943|M|$$

$$E_0 = -|M|$$

Vórtice radial



Apenas estados espalhados e modos com energia nula não polarizados.

Teorias exóticas

IT possibilita estudar teorias exóticas como gravitação em 2+1 D.

⇒ Portadores de carga no cone \equiv partículas de Dirac com massa nula no campo gravitacional de uma massa puntiforme em (2+1)D.

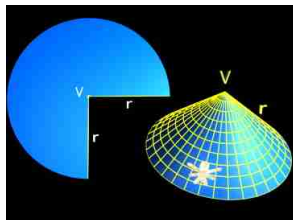
- Equações de campo de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 2\pi GT_{\mu\nu},$$

- $g_{\mu\nu}(x)$ não possui dinâmica, não há “grávitons”.
- Massas produzem efeitos globais não-triviais, mudando a geometria e a topologia do espaço-tempo.
- Massa puntiforme M :

$$ds^2 = dt^2 - dr^2 - r^2\eta^2 d\theta^2,$$

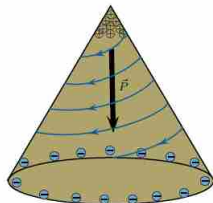
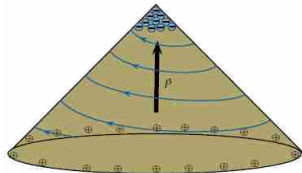
- $\eta = 1 - 4GM$;
- $0 \leq \theta \leq 2\pi\eta$, indicando um déficit de ângulo no espaço.



Efeito Magnetoelétrico

$$\vec{j}(r, 2\pi) = \frac{\sin(2\pi\gamma)}{r_0\alpha} j_\theta(r_0, 0) \hat{r} + \frac{r \cos(2\pi\gamma)}{r_0} j_\theta(r_0, 0) \hat{\theta}.$$

- $\gamma < 1/2, (\alpha < 30^\circ) \Rightarrow j_r > 0;$
- $\gamma > 1/2, (\alpha > 30^\circ) \Rightarrow j_r < 0;$

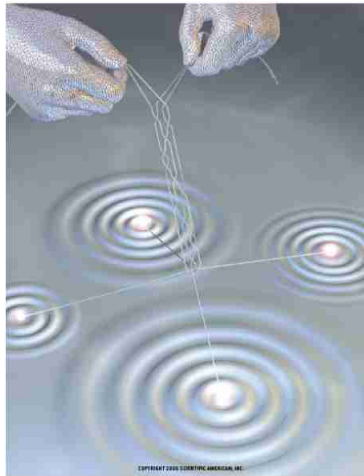


Polarização do cone inverte nos dois casos;

Jakson M. Fonseca, Winder A. Moura-Melo and Afranio P. Rodrigues, JAP, **111**, 064913, (2012).

Potencial aplicação

- Computação quântica topológica.
- Aparelhos eletrônicos com baixa dissipação.
- spintrônica.
- Heteroestruturas com materiais magnéticos e supercondutores.



IT oferecem um universo para se testar muitas ideias da física de partículas.

Aplicações que já existem

Bi_2Te_3 é conhecido a muito tempo por suas propriedades termoelétricas.



Utilizados desde refrigeradores ... até carros híbridos de última geração!

UFV Rio Paranaíba

- criada a 6 anos.
- 550 km de viçosa.
- 85 docentes.
- 10 graduações e 1 mestrado.
- 2000 alunos.
- 2 físicos.



UFV Rio Paranaíba

- criada a 6 anos.
- 550 km de viçosa.
- 85 docentes.
- 10 graduações e 1 mestrado.
- 2000 alunos.
- 2 físicos.



⇒ Uma pessoa interessada em estados topológicos da matéria.

UFV Rio Paranaíba

- criada a 6 anos.
- 550 km de viçosa.
- 85 docentes.
- 10 graduações e 1 mestrado.
- 2000 alunos.
- 2 físicos.



⇒ Uma pessoa interessada em estados topológicos da matéria.

Obrigado!

`jakson.fonseca@ufv.br`